

## به نام خدا

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه

میانترم کنترل پیشرفته واحد مجازی ورودی ۱۳۹۳

✓ استفاده از کتاب و نرم افزار matlab مجاز است. پاسخ می تواند به صورت تایپی و یا اسکن شده از دست نویس ها باشد. پاسخ تحت هیچ شرایطی با تأخیر دریافت نمی شود.

✓ امتحانات میانترم در دروس بعدی تنها در صورتی به صورت غیر حضوری برگزار خواهد شد که بین نمره این امتحان و نمره امتحان نهایی ارتباط معناداری وجود داشته باشد.

۱- سیستم غیر خطی زیر را در نظر بگیرید: فرض کنید  $u(t) = 0$  باشد و شرایط اولیه برابر با  $x_{10} = 2, x_{20} = 1$  باشند، سیستم خطی شده حول پاسخ را بیابید.

$$\dot{x}_1(t) = \frac{-1}{x_2(t)}$$

$$\dot{x}_2(t) = u(t)x_1(t)$$

۲- معادله  $Ax = y$  را در نظر بگیرید، که در آن ماتریس  $A$  و بردار  $y$  به صورت زیر می باشند:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 5 & 7 & 5 \\ 3 & 7 & 10 & 4 \end{bmatrix} \quad y = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

الف) پنج عضو متفاوت فضای رنج را بنویسید.

ب) آیا معادله دارای جواب است؟ چرا؟

ج)  $SVD$  ماتریس  $A$  را به دست آورید.

د) اگر معادله دارای جواب است کلیه جوابها را بیابید.

۳- فرم جردن ماتریس زیر و تبدیلی که ماتریس را به فرم جردن تبدیل می‌کند را به دست آورید. (جزئیات محاسبات لازم است)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ -0.5 & 0.5 & 3 \end{bmatrix}$$

۴- ماتریس زیر را در نظر بگیرید:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

مطلوب است محاسبه‌ی  $e^{At}$ . (جزئیات پاسخ لازم است)

۵- ماتریس اساسی  $X(t)$  و ماتریس انتقال حالت  $\Phi(t, t_0)$  سیستم زیر را بیابید:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -1 & e^{2t} \\ 0 & -1 \end{bmatrix} x$$

۶- سیستم زیر را به گونه‌ای پیاده سازی نمایید که بعد آن از سه بیشتر نگردد. (جزئیات پاسخ لازم است)

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2s+4} & \frac{s}{(s+1)(s+3)} \\ \frac{5s+2}{2s+4} & \frac{1}{s+1} \end{bmatrix}$$

۷- سیستم توصیف شده به صورت معادلات (I) و (II) را در نظر بگیرید و به موارد (الف) و (ب) پاسخ دهید:

$$I) \quad \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -5 & 1 \\ 0 & -6 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$
$$y(t) = [1 \quad 0]x(t)$$

$$II) \quad \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x(t) + \hat{B} u(t)$$
$$y(t) = \hat{C} x(t) + \hat{D} u(t)$$

الف) آیا تبدیل غیر متغیر با زمانی می‌توان یافت که سیستم (I) را به (II) تبدیل کند؟ چرا؟ در صورت مثبت بودن پاسخ این تبدیل را بیابید؟ و مقادیر  $\hat{B}$ ،  $\hat{C}$  و  $\hat{D}$  را در رابطه‌ی (II) تعیین نمایید.

ب) آیا تبدیل متغیر با زمانی می‌توان یافت که سیستم (I) را به (II) تبدیل کند؟ چرا؟ در صورت مثبت بودن پاسخ این تبدیل را بیابید؟ و مقادیر  $\hat{B}$ ،  $\hat{C}$  و  $\hat{D}$  را در رابطه‌ی (II) تعیین نمایید.

موفق باشید